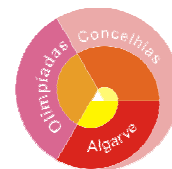




7.^{as} Olimpíadas Concelhias de Matemática no Algarve



Final do Sotavento **- Proposta de Resolução -**

Categoria: A (7º, 8º e 9º ano)

16 de Março de 2011

Parte I: Escolha Múltipla

Soluções:

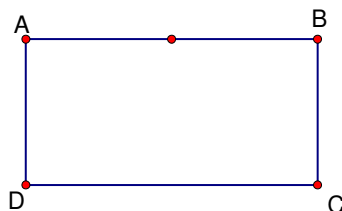
Questão	Resposta correcta
1.	(C)
2.	(B)
3.	(D)

Cotação da Parte I:

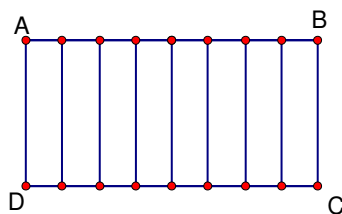
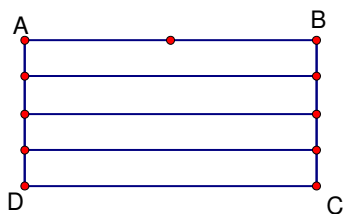
Erradas					
Certas	N.º de respostas:	0	1	2	3
	0	0	0	0	0
	1	5	4	3	
	2	10	9		
	3	15			

Proposta de resolução das questões da Parte I (Escolha Múltipla)

1. Se o perímetro do rectângulo é 72 cm, então a base mede 24 cm e a altura 12 cm.



As tiras podem ser cortadas ao longo do comprimento ou ao longo da largura do rectângulo $[ABCD]$:



O perímetro do rectângulo grande é $3+3+24\times 8=198$ ou $3+3+12\times 16=198$. Resposta (C)

2. É possível construir a seguinte tabela:

Letras	N.º de elementos	Soma
a	1	1
b	2	3
c	4	7
d	8	15
e	16	31
f	32	63
g	64	127
h	128	255
i	256	511
j	512	1023
k	1024	2047

Verificamos que a letra **k** ocupa a 2011.ª posição na sequência.

Resposta (B)

3. Como o número é múltiplo de 6 tem que ser múltiplo de 2 e de 3. Por outro lado, como a soma do primeiro e do último algarismo é 14, o primeiro e o último algarismos são pares e só podem ser o 6 ou 8.

6 0 1 8 6 0 4 8 6 0 7 8	6 1 0 8 6 1 3 8 6 1 6 8 6 1 9 8	6 2 2 8 6 2 5 8 6 2 8 8	6 3 1 8 6 3 4 8 6 3 7 8	6 4 0 8 6 4 3 8 6 4 6 8 6 4 9 8
6 5 2 8 6 5 5 8 6 5 8 8	6 6 1 8 6 6 4 8 6 6 7 8	6 7 0 8 6 7 3 8 6 7 6 8 6 7 9 8	6 8 2 8 6 8 5 8 6 8 8 8	6 9 1 8 6 9 4 8 6 9 7 8

Para obtermos os números em que o primeiro algarismo é 8, basta inverter os que estão na tabela. Assim obtemos um total de 66 números que cumprem as condições do enunciado.

Resposta **(D)**

Parte II: Resposta Aberta

Regras gerais para a correcção de todos os problemas

- A resolução dum problema que contenha apenas a resposta correcta será cotada com **1 Ponto**
- A resolução dum problema que, na sequência dum raciocínio errado, apresenta a resposta correcta, será cotada com **0 Pontos**
- As resoluções elaboradas na base de raciocínios correctos, mas que contenham erros, serão avaliadas de acordo com os critérios adoptados pelos professores nomeados para a correcção do respectivo problema. Recomenda-se que cada erro menor seja penalizado em **1 Ponto**

Proposta de resolução do problema 4

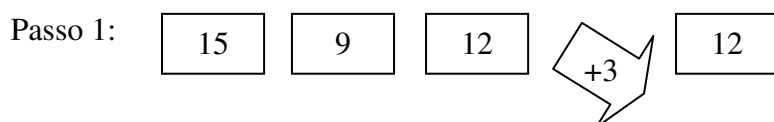
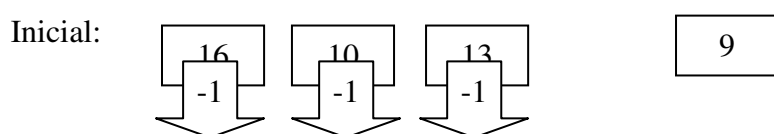
Cotação: 10 Pontos

4. O Sr. Joaquim tem quatro gaiolas com hamsters, uma tem 9 hamsters, outra tem 10, outra tem 13 e a outra tem 16. Quando o Sr. Joaquim toca a sineta sai um hamster de três das quatro gaiolas. Estes 3 hamsters entram na gaiola restante

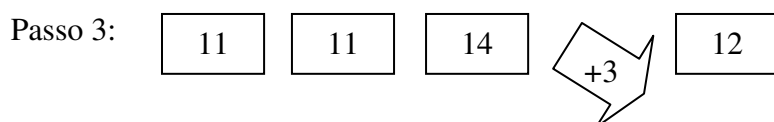
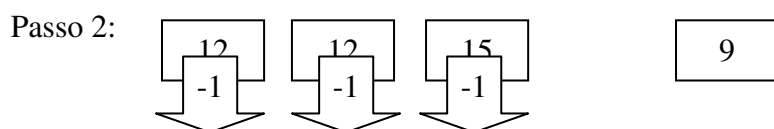
Considerando que se mantém esta regra e que nunca ficam gaiolas vazias, conseguirá o Sr. Joaquim ficar com 12 hamsters em cada gaiola?

Proposta:

Podemos começar por fazer algumas tentativas:



Assim ficamos com duas gaiolas com doze, mas ainda faltam as outras duas. Trocamos as gaiolas e obtemos:



Agora só já temos uma gaiola com 12...

O que se vai verificar sempre com a repetição das tentativas é que vamos obter sempre duas gaiolas com um número par de hamsters e as outras duas com um número ímpar. Isto acontece porque começámos com duas gaiolas com um número par de hamsters e outras duas com um número ímpar e ao subtrairmos uma unidade a três das gaiolas e aumentarmos 3 unidades à outra estamos mudar-lhe a sua paridade (relativamente ao nº de hamsters) e assim nunca se vai conseguir obter 12 hamsters em cada uma das gaiolas. Portanto o Sr. Joaquim não vai conseguir colocar 12 hamsters em cada gaiola.

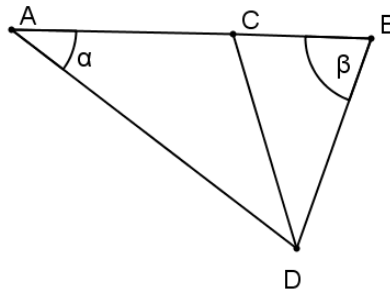
Critérios de correcção

- Fazer tentativas de acordo com as condições do enunciado ----- 3 pontos
- Concluir que os números de hamsters nas gaiolas são sempre dois pares e dois ímpares ----- 6 pontos
- Concluir que é impossível ----- 1 ponto

Proposta de resolução do problema 5

Cotação: 10 Pontos

5. Considera a seguinte figura relativamente à qual sabemos que $\overline{AC} = \overline{BD} = \overline{CD}$ e $\overline{AB} = \overline{AD}$



Determina o valor de α e de β .

Proposta:

Os triângulos $[ACD]$ e $[CBD]$ são isósceles, logo $\angle CDA = \alpha$ e $\angle DCB = \beta$. Tendo em conta que os ângulos internos de um triângulo somam 180° podemos afirmar que $\angle ACD = 180^\circ - 2\alpha$ e portanto

$$\beta = 2\alpha$$

O triângulo $[ABD]$ também é isósceles, logo $\angle ADB = \beta$. Então

$$\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$5\alpha = 180^\circ$$

Resposta: $\alpha = 36^\circ$ e $\beta = 72^\circ$

CrITÉrios de correcção:

Concluir que triângulo $[ABD]$ é isósceles e estabelecer que $\angle ADB = \beta$	1 ponto
Concluir que os triângulos $[ACD]$ e $[CBD]$ são isósceles e obter os seus ângulos internos em função de α e β	2 pontos
Obter uma primeira relação entre α e β	2 pontos
Obter uma segunda relação entre α e β	2 pontos
Calcular α e β	2 pontos
Resposta	1 ponto

Proposta de resolução do problema 6

Cotação: 10 Pontos

6. Numa aquacultura com 3000 litros temos uma concentração de sal de 20g por litro. Pretende-se que a concentração de sal seja 30g por litro (semelhante à concentração oceânica). Quantos litros de uma solução com 780g de sal por litro se devem juntar aos 3000 litros iniciais?

Proposta:

A aquacultura tem uma concentração de sal de 20g por litro. Logo, 3000 litros têm um total de $20 \times 3000 = 60000$ g de sal.

Vamos querer adicionar x litros de uma solução cuja concentração de sal é de 780g por litro. Assim, os x litros que vamos acrescentar contribuem com a $780x$ gramas de sal.

No fim, a aquacultura terá um total de $60000 + 780x$ gramas de sal em $3000 + x$ litros e queremos que esta concentração seja semelhante à oceânica, ou seja, que corresponda a 30g de sal por litro. Temos de resolver a equação

$$\frac{60000 + 780x}{3000 + x} = \frac{30}{1}$$

cujas soluções são $x = 40$.

Temos de juntar 40 litros da solução mais concentrada.

Critérios de correção:

Determinar a quantidade de sal inicial nos 3000 litros iniciais -----	2 pontos
Determinar a quantidade de sal final -----	2 pontos
Escrever uma equação que permita resolver o problema -----	2 pontos
Resolver a equação -----	3 pontos
Resposta -----	1 ponto